第 41 卷第 3 期
2021 年 5 月
湖北工程学院学报
JOURNAL OF HUBEI ENGINEERING UNIVERSITY
VOL.41 NO.3
MAY 2021

人工智能时代下的工程优化教学改革研究

常甜甜，张建科*，李小平，冯　晶
（西安邮电大学 理学院，陕西 西安 710121）

摘　要：“工程设计中的最优化数学方法”是基础课程，其包含技术被广泛应用于多个领域，但该门课程的教学方法仍然停留在“概念 - 理论 - 计算”的传统教学模式，学生在学习的过程当中不知道如何将理论与实际结合起来，因此在教学内容和方法上进行改革，提出案例教学法，即“工程案例 - 建模 - 理论分析 - 问题求解”的教学模式。具体地、针对该课程面向多专业学生的授课特点和课程的专业基础教育性质，以人工智能领域为例，提出浅显易懂的工程案例热点研究问题，引导学生将最优化原理与各自专业中的研究对象相结合，提高学生用最优化方法解决工程实际问题的能力。

关键词：人工智能；工程优化；教学改革；工程案例；案例教学法
中图分类号：G642.0　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：2095 - 4824(2021)03 - 0069 - 05

最优化理论是人工智能领域的有力技术方法之一。“工程设计中的最优化数学方法”（简称为“工程优化”）是研究生的公共课程，其在机器视觉领域、数据挖掘领域、人工智能领域发挥着愈来愈重要的作用。传统的数学教学手段是课件结合粉笔加黑板，教师以书本内容为主，枯燥地讲授数学的理论知识。“工程优化”是一门实用性极强的学科，这门课程的教学方法仍然停留在“概念 - 理论 - 计算”的传统教学模式，学生在学习的过程当中不知道如何将理论与实际结合起来，不知道学习的优化算法到底可以用来做什么？影响了学生的学习热情和创造性思维的培养。目前高校在教育教学过程中，不断的与时俱进，调整教学方法和大纲，以适应时代变化[1-13]。笔者所在最优化教学团队在教学内容和方法上进行改革，提出案例教学法，即“工程案例 - 建模 - 理论分析 - 问题求解”的教学模式。具体地首先给出一个浅显易懂的工程案例问题，且是该领域的研究热点问题，根据问题建立最优化模型，引导学生将最优化原理与各自专业中的研究对象相结合，最后采用最优化计算方法来求解问题，完成一个“问题 - 建模 - 理论 - 计算 - 应用”的完整流程，提高学生用最优化方法解决工程实际问题的能力。所选案例要紧扣教学内容，案例分析的目的是使学生加深对所学理论知识的理解和运用理论知识解决实际问题的能力，因此，所选案例必须是针对课程内容的。即案例内容具有一定的代表性和普遍性，具有举一反三、触类旁通的作用，而不是实践中根本不会发生的案例，且典型的案例往往涉及的关系比较全面，涵盖的法律知识较多，有助于学生从各个方面对所学理论加以验证，从中得出正确结论。因此，案例的选择应该具备真实可信、客观生动、案例多样化、相关性以及典型性。

1　实施方案

案例教学法，即“工程案例 - 建模 - 理论分析 - 问题求解”的四步教学模式。工程案例的引入可以采用具体模型（如最小二乘模型），也可以采用实际应用问题（如图像重建）。以文献[13]为例，具体的工程案例设计举例如表 1 所示，从表 1 中的涉及教材内容方面可以发现，这几个工程案例涵盖了教材的全部内容，而且这几个工程案例

收稿日期：2021 - 03 - 16
作者简介：常甜甜（1981 - ），女，陕西延安人，西安邮电大学理学院讲师，博士。
张建科（1978 - ），男，陕西洋县人，西安邮电大学理学院副教授，博士，本文通信作者。

是目前学科研究方向的热点研究内容。当将这些案例吃透后,理论问题自然而然产生,比如为什么初始点的选取会引起解不稳定?优化模型的光滑化问题?为什么单纯形法在可行域顶点达到最优解?优化模型问题的分类问题?带着这些理论问题引导学生进行进一步的定理证明及推导。

表 1　教案设计涉及内容

ID	工程案例	涉及教材内容[13]
1	医学图像重建[14]	第二章 最优化基础知识
		● 凸函数、凸集、凸规划
		● 全局最优解、局部最优解
		● 下降类算法
		● 收敛性定义
		● 停机准确
		第三章 一维搜索算法
		● 精确一维搜索
		● 非精确一维搜索
		第四章 无约束优化
		● 牛顿法
		● 共轭梯度法
		● 变尺度法
2	深度学习[15-16]	第四章 无约束优化
		● 最速下降法
3	模式分类[17-18]	第五章 约束优化问题
		● KKT 条件
		● 内点法
		● 外点法
		● Wolf 对偶理论
4	金融投资组合[19]	第六章 线性规划
		● 单纯形法
		● 对偶单纯形法
		● 对偶理论
5	社交网络影响力最大化[20]	第七章 整数规划
		● 割平面法
		● 分支定界法
6	军队指挥自动化系统[21]	第七章 整数规划
		● 匈牙利法

2　教学方法举例

以医学图像重建[14]和模式分类[15-18]案例为例对案例教学法具体进行说明。

2.1　医学图像重建

2.1.1　医学图像重建背景

电阻抗图像重建问题遵循电磁场基本规律满足 MAXWELL 方程,其可以简化为准静态电磁场问题,满足 Laplace 方程[14]:

$$\cdot(\sigma\quad\varphi) = 0 \tag{1}$$

Laplace 方程给出了模型参数(电导率)和测量参数(边界电压)之间的关系,已知电导率 σ 求电势 φ 称为正问题,已知电势 φ 求电导率 σ 称为反问题。有限元法(FEM)是求解电磁场问题的常用数值解法。FEM 法需要将场域离散化,即将场域进行剖分,剖分后图像重建问题可以看作是以下线性方程组:

$$J\sigma = \varphi \tag{2}$$

式中:J 为 Jacobian 矩阵,σ 为电导率分布,φ 为边界测量电压值。

2.1.2　最优化模型建立

问题(2)是一个典型的欠定问题(ill - posed problem),可采用最小二乘法思想逼近其近似解,即求解:

$$\min_{\sigma} f(\sigma) = \min_{\sigma} \| J - \varphi\|_2^2 \tag{3}$$

式中:$\|\cdot\|$ 是 2 - 范数。由于欠定问题的解不唯一,为了获得稳定的唯一解需给目标函数中添加正则项,则最小二乘问题可以推广为如下问题:

$$\min_{\sigma} f(\sigma) = \min_{\sigma} \| J\sigma - \varphi\|_p^2 + \|\Gamma\sigma\|_p^2 \tag{4}$$

式中:Γ 称为正则化矩阵(在很多情况下,取单位矩阵 I)。第一项为拟合度量,第二项为正则项。p 取不同值:0、1、2,即得不同类正则化算法。L_2 范数的优点是目标函数光滑,求导计算方便,L_2 范数正则化的典型代表是 Tikhonov 正则化方法:

$$\min_{\sigma} f(\sigma) = \min_{\sigma} \| J\sigma - \varphi\|_2^2 + \alpha\|\sigma\|_2^2 \tag{5}$$

以下就问题(5)的求解问题进行讨论。

2.1.3　最优化算法理论分析

无约束优化问题的一般迭代格式[2]是:

$$\sigma_{k+1} = \sigma_k + \lambda_k d_k \tag{6}$$

式中:λ_k 是最优步长,d_k 是当前搜索方向,σ 定义同上。牛顿法的步长是定长的,即 $\lambda_k = 1$,搜索方向是:

$$\sigma_{k+1} = \sigma_k - \quad {}^2 f^{-1}(\sigma_k)\cdot \quad f(\sigma_k) \tag{7}$$

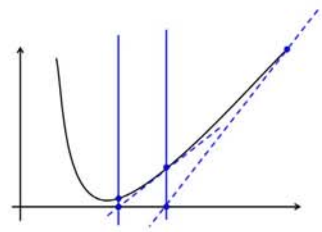


图 1　牛顿法算法迭代点序列图示

式(7)是牛顿法算法的搜索方向，点列迭代如图1所示. 因此只有Hessian矩阵正定时,牛顿方向才是下降方向。给定初始值点 x_0，过点做切线与 x 轴相交，以交点做垂线与曲线相交于点 x_1，以此类推即可得到牛顿法算法的迭代点列,直至达到收敛要求。但是,但目标函数曲线变化较大,或者初始值选取不当时,牛顿法算法可能不收敛。

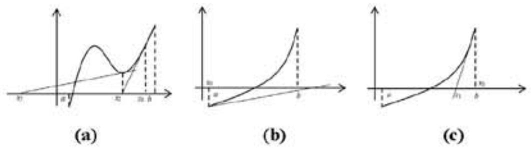


图2　牛顿法算法初始点选取不当情况下迭代点列图示

假设图2目标函数 $f(x)$ 的可行域为 $[a, b]$，图2(a)为目标函数曲度变化较大时，取 b 点为初始点 x_0,经过几步迭代到 x_2,在 x_2 点做曲线的切线可以发现 x_3 点落到了可行域 $[a, b]$ 外,因此这种情况下牛顿法算法不收敛；图2(b)中如果初始点选取为 a,则在下一步迭代时,点直接落在了可行域外,算法不收敛;但在图2(c)中,初始点选为 b 点,则 x_1 落在了可行域内,算法收敛。由此,可以发现牛顿法算法对初始点的选取直接关系到算法的稳定性和收敛性。

在牛顿法算法中,每次迭代都涉及到目标函数的梯度 d_k 和Hessian矩阵 $^2 f^{-1}(\sigma_k)$，具体计算如下：

目标函数为：$f(\sigma) = \| J\sigma - \varphi\|_2^2 + \alpha\| \sigma\|_2^2$

梯度函数为：$f(\sigma) = 2J^T(J\sigma - \varphi) + 2\alpha\sigma$

Hessian矩阵为：$^2 f(\sigma) = 2J^TJ + 2\alpha$

牛顿法步骤描述如下：

输入:已知选定初始分布 σ_0，$\varepsilon > 0$，$k = 0$。

a)若 $\| f(\sigma_k)\| < \varepsilon$，则停，令 $\sigma^* = \sigma_k$，否则令：

$d_k = - {}^2 f^{-1}(\sigma_k) \cdot f(\sigma_k)$

转向b)

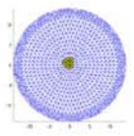
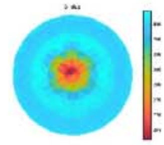
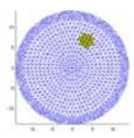
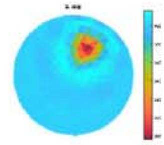
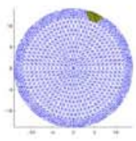
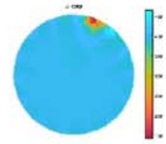
b)计算 $\sigma_{k+1} = \sigma_k + d_k$，$k = 0$，转向a)

输出：$\sigma^* = \sigma_{k+1}$。

2.1.4　最优化问题求解及应用实例

图像重建问题的正向问题计算借助EIDORS3.10软件[22]计算。具体的实验参数设置：目标选取三种情况，成像目标在中心点位置，成像目标在1/2半径处,以及成像目标在边界位置。电极总数为16个,接触阻抗值为0.005 Ω,电流强度为1 mA,背景电导率为0.0025 s/m,目标电导率为0.005 s/m,采用对向激励模式,仿真数据剖分单元格总数1968个,节点数1049个。

表2　牛顿法成像结果

仿真目标	牛顿法成像结果
	
	
	

提出问题:在实验中发现,如果初始点值为0.0015,牛顿法失效,代码出现报错,提示:Hessian矩阵必须为正定矩阵。从而引起学生对于下降类算法的证明以及为什么教材中要求Hessian矩阵为正的问题的思考。并引导学生对该问题的解决方法。

2.2　模式分类

2.2.1　模式分类背景

支持向量机(support vector machine, SVM)是一种数据挖掘新方法[17],可以解决小样本问题、非线性问题以及高维数据等问题,且推广能力较强以及具有全局最优解。被广泛应用于综合评价、预测问题、数据拟合以及模式识别等问题。SVM模型基于极大间隔分类器的准则可推导获得,是一个凸二次规划问题,引导学生思考,如何求解该凸二次规划问题?

2.2.2　最优化模型建立

以线性可分情况下的支持向量建模为例,SVM的算法思想是在多个分类超平面中,基于极大间隔原则,找出其中的最优决策超平面,见图3。

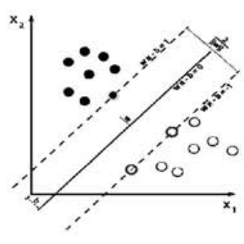


图3　极大分类超平面图示

引导学生并提问：在一个线性可分问题中可以存在多个分类面，如何使得该分类面确定且唯一？一个直观的方法就是采用极大间隔准则，如图 3 所示，找一个方向向量 w，在方向向量的切向量方向取一条线，沿切向量方向移动该线，当该线触碰到正类样本则停止，继续向下平移碰触到负类样本后停止．取这两个线中间线即为要找的唯一的分类线。该法则满足两类样本点间间隔最大原则。可以得到线性可分支持向量分类机原始问题为：

$$\min_{w,b} \frac{1}{2}\|w\|^2$$

$$s.t.\ \ y_i((w\ x_i)+b)\geqslant 1,\ i=1,\cdots,l \tag{8}$$

式中：x_i 为样本点，y_i 为样本对应标记，l 为样本数，w 和 b 为超平面方程参数。为使得分类问题可以引入核函数来处理非线性问题，将原始问题转化为对偶问题进行研究，此处就引入了对偶问题的理论。

2.2.3　最优化算法理论分析

此处可引入并讲解 KKT 条件和 Wolf 对偶理论，式(8)的拉格朗日函数为：

$$L(w,b,\alpha)=\frac{1}{2}\|w\|^2-\sum_{i=1}^{l}\alpha_i(y_i((w\ x_i)+b)-1) \tag{9}$$

式中：α 为拉格朗日乘子。由 wolf 对偶原理，求拉格朗日函数关于 w, b 的偏导数。可以得到：

$$\sum_{i=1}^{l} y_i\alpha_i=0,\ \ w=\sum_{i=1}^{l} y_i\alpha_i x_i \tag{10}$$

代入(9)可得对偶问题为：

$$\max_{\alpha} -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l} y_i y_j\alpha_i\alpha_j(x_i\ x_j)+\sum_{j=1}^{l}\alpha_j$$

$$s.t.\ \sum_{i=1}^{l} y_i\alpha_i x_i=0$$

$$\alpha_i\geqslant 0,\ i=1,\ \cdots,\ l \tag{11}$$

在最优化问题(11)的求解过程中涉及到工作集(working set selection)的选取问题，需要引入 KKT 条件，因此可以在这部分给学生仔细解释 KKT 条件的理论知识，本文不再赘述。设 α^* 是对偶问题的任意解，则可按下式计算出原始问题的解：

$$w^*=\sum_{i=1}^{l} y_i\alpha_i^* x_i,\ b^*=y_j-\sum_{i=1}^{l} y_i\alpha_i^*(x_i\ x_j) \tag{12}$$

式中：下标 $j\in\{j\mid \alpha_j^*>0\}$。

2.2.4　最优化问题求解及应用实例[18]

为了让学生有更直观的理解，并测试所提出算法的有效性，实验数据来源于网络或者实际应用问题，例如：UCI 数据库[23]，所选测试数据信息见表 3。表 4 为 SVM 分类结果，评估准测为精度，即：

$$acc.=\frac{正确分类的样本数目}{总测试样本数目} \tag{13}$$

表 3　实验数据描述

数据名称	样本数目	特征数目
Census_income	299285	39
Letter recognition	20000	18
ForestCoverType	581012	54

表 4　SVM 分类结果

数据名称	Acc.
Census_income	95.25%
Letter recognition	97.31%
ForestCoverType	70.70%

在样例建模和求解过程中，引导学生思考在整个样例过程中需要进行哪些条件的判定？模式分类还有哪些应用？最优化模型的分类？停机准确的选取问题等等。

3　结论

“工程优化”是人工智能、数据挖掘、机器学习等热门研究领域的数学基础课程，但在实际教学中发现，按部就班的采用传统的教学方式时，学生并不能理解教材与实际应用问题之间的关系，以至于遇到实际工程问题后仍然不能解决问题。本教学改革方式采用案例教学法，通过引入各个学科的热点研究问题，针对热点问题进行建模、分析、求解，帮助学生搭建理论与实际之间的联系，提高学生解决实际问题的能力。

［参　考　文　献］

［1］　贵向泉，高祯，李立，等．“新工科”背景下人工智能教学改革研究[J]．教育教学论坛，2020，4(15)：129－131．

［2］　孙杰宝，吴勃英，张达治．《最优化方法》课程教学法研究与实践[J]．大学数学，2017，33(3)：120－124．

［3］　李顺杰．运筹学与最优化课程教学研究[J]．高教学刊，2015(21)：64－65．

［4］　任华玲．最优化与最优控制课程的教学改革建议[J]．教育教学论坛，2017(16)：141－142．

[5] 黄宏博,潘淑文.数据智能类专业最优化类课程教学研究[J].高教学刊,2020(21):113-115.

[6] 李晓红.工科院校研究生《最优化原理与方法》教材改革[J].科教导刊,2017(13):36-37.

[7] 殷红.最优化原理课程教学改革与实践[J].科教导刊,2019(1):130-131.

[8] 吕红杰,郭晓丽.研究生"最优化方法"课程教学改革中的几点思考[J].科教导刊(上旬刊),2016,256(2):44-45.

[9] 王宜举.《最优化方法》课程的层次化教学——以约束优化问题的最优性条件为例[J].教学方法创新与实践,2019,2(7):170-173.

[10] 王刚,王宜举.《最优化理论与方法》课程教学改革与实践[J].教育进展,2020,10(6):1001-1007.

[11] 李丹.浅谈最优化方法教学中的改革与实践[J].教育信息化论坛,2019(9):5-6.

[12] 杜玉琴.线性规划在管理中的应用[J].商场现代化,2013,21(15):77-79.

[13] 宋巨龙,王香柯,冯晓慧.最优化方法[M].2版.西安:西安电子科技大学出版社,2013.

[14] 何为,罗辞勇,徐征.电阻抗成像原理[M].1版.北京:科学出版社,2009.

[15] 塔里克·拉希德.Python神经网络编程[M].林赐,译.11版.北京:人民邮电出版社,2019.

[16] HEATON J. Ian Goodfellow and Yoshua Bengio and Aaron Courville. Deep Learning[M]. Cambridge, MA: MIT Press, 2017.

[17] 邓乃扬,田英杰.数据挖掘中的新方法——支持向量机[M].北京:科学出版社,2004.

[18] 常甜甜.支持向量机学习算法若干问题的研究[D].西安:西安电子科技大学,2010.

[19] 刘英迪,刘琼.银行理财产品投资分析及优化[J].时代金融,2020,758(4):30-31.

[20] 杨杰.基于进化算法的社交网络影响力最大化算法研究[D].西安:西安电子科技大学,2020.

[21] 张多林,吕辉,王刚.防空指挥自动化指挥控制系统[M].西安:西北工业大学出版社,2006.

[22] ADLER A, LIONHEART W. Uses and abuses of EIDORS: an extensible software base for EIT[J]. Physiological Measurement, 2006, 27(5): S25-42.

[23] DUA D, GRAFF C. UCI Machine Learning Repository[DB/OL]. (2021-2-17)[2021-3-10]. http://archive.ics.uci.edu/ml.

Research on the Reform of Engineering Optimization Teaching in the Era of Artificial Intelligence

Chang Tiantian, Zhang Jianke*, Li Xiaoping, Feng Jing

(*School of Science, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an, Shaanxi* 710121, *China*)

Abstract: Optimization mathematical methods in engineering design is a fundamental course, the techniques included in the course are used in a wide range of fields, but the teaching method of this course remains to be traditional teaching mode of "concept-theory-computation", and students do not know how to combine theory with practice in the process of learning, hence the teaching content and method are reformed. Accordingly the researcher proposes a case teaching method or the teaching mode of "engineering case-modeling-theoretical analysis-problem solving". Specifically, in view of the teaching characteristics of the course for students of multiple majors and the nature of professional basic education of this course, taking the field of artificial intelligence as an example, the researcher proposes easy-to-understand hot spot engineering case problems to guide students to combine the optimization principles with the research objects in their respective majors and improve their ability to solve practical engineering problems by optimization methods.

Key Words: artificial intelligence; engineering optimization; teaching reform; engineering cases; case teaching method

(责任编辑:熊文涛)